



---

## Aula 10 – Resposta em Freqüência de Sistemas Lineares Diagramas de Bode

### Introdução

### Diagramas de Bode

### Escala Logarítmica de Amplitude

### Escala Logarítmica de Freqüência

### Análise dos Termos das Funções de Transferência

### Composição do Diagrama de Bode

### Sistemas Lineares de Fase Não Mínima

### Problemas Propostos

---

### Introdução

O uso de diagramas de Bode na análise da resposta em freqüência de sistemas lineares foi desenvolvido por H.W. Bode e introduzido em 1940 no estudo das características em freqüência de amplificadores eletrônicos. A técnica desenvolvida por Bode foi, posteriormente, largamente disseminada para análise e projeto de sistemas de controle. Em linhas gerais, diagramas de Bode possibilitam uma aproximação efetiva da resposta em freqüência de sistemas complexos pela combinação da resposta de fatores de primeira e segunda ordem.

Embora atualmente os engenheiros responsáveis pelo desenvolvimento de projetos de sistemas de controle tenham a sua disposição poderosas ferramentas computacionais que diminuem sobremaneira a necessidade do traçado manual dos gráficos de módulo e fase que compõe os diagramas de Bode, tal técnica ainda é bastante utilizada pela sua facilidade, rapidez e quantidade de informações que se pode obter de um dado sistema sob análise de forma bastante simplificada.

### Diagramas de Bode

O método proposto por Bode, é constituído por dois gráficos. O primeiro gráfico, relacionado a magnitude da função de transferência  $|G(j\omega)|$  é traçado em função da freqüência em escala log-log. O segundo gráfico, relacionado a fase de  $G(j\omega)$ , também é traçado em função da freqüência, porém em escala linear-log. Esta estratégia permite-nos traçar diagramas de resposta em freqüência sistemas de ordem elevada, adicionando-se separadamente os gráficos relativos a cada um termos de primeira e segunda ordem que compõe  $G(j\omega)$ . Como exemplo, consideremos a seguinte função de transferência:

$$G_1(s) = \frac{(s+z)}{(s+p)} \quad (10.1)$$

Admitindo  $s=j\omega$ , pode-se rescrever (10.1) na seguinte forma

$$G_1(j\omega) = |G_1(j\omega)| \cos \phi_1 + j|G_1(j\omega)| \sin \phi_1 \quad (10.2)$$

com a magnitude dada por

$$|G_1(j\omega)| = \frac{\sqrt{z^2 + \omega^2}}{\sqrt{p^2 + \omega^2}} \quad (10.3)$$



e com a fase dada por

$$\phi_1 = \arctan \frac{\omega}{z} - \arctan \frac{\omega}{p} \quad (10.4)$$

No caso geral de uma função de transferência com “n” pólos e “m” zeros, o módulo será calculado de acordo com (10.4), isto é

$$|G(j\omega)| = |K| \frac{\prod_{i=1}^m \sqrt{(z_i)^2 + \omega^2}}{\prod_{j=1}^n \sqrt{(p_j)^2 + \omega^2}} \quad (10.5)$$

sendo a fase, dada pela diferença das somatórias das contribuições de fase cada um dos “m” zeros e “n” pólos da  $G(j\omega)$ , ou seja

$$\phi(G(j\omega)) = \sum_{i=1}^m \arctan \frac{\omega}{z_i} - \sum_{i=1}^n \arctan \frac{\omega}{p_i} \quad (10.6)$$

Pela análise da equação (10.5) é direto concluir-se a seguinte relação

$$\log_{10} |G(j\omega)| = \log_{10} |K| + \sum_{i=1}^m \log_{10} \sqrt{(z_i)^2 + \omega^2} - \sum_{j=1}^n \log_{10} \sqrt{(p_j)^2 + \omega^2} \quad (10.7)$$

justificando-se a idéia de representar o gráfico de magnitude de  $G(j\omega)$  em escala log-log. Através das equações (10.7) e (10.6) pode-se então concluir que a resposta em frequência completa de uma função de transferência genérica  $G(j\omega)$  pode ser obtida através da somatória da resposta em frequência de cada dos fatores que a compõe.

### Escala Logarítmica de Amplitude

Os gráficos de magnitude nos diagramas de Bode são frequentemente apresentados utilizando no eixo das ordenadas a escala em decibel. O “bel”, unidade estabelecida por pesquisadores dos Laboratórios Bell em homenagem a Alexander Graham Bell, é definido como logaritmo na base 10 do quociente de dois níveis de potência. Como na prática esta unidade era muito grande, definiu-se por conveniência o decibel,  $\frac{1}{10}$  bel como sendo a unidade padrão para expressar o logaritmo da razão entre dois níveis de potência. Uma vez que elementos dissipativos possuem relação quadrática entre a amplitude das variáveis aplicadas a eles e a potência por eles dissipadas, a magnitude da resposta em frequência da função de transferência  $G(j\omega)$  é definida pela razão entre as amplitudes da variável senoidal de saída  $Y(j\omega)$  e de entrada do sistema  $U(j\omega)$ , i.e.

$$20 \log_{10} |G(j\omega)| = 20 \log_{10} \frac{|Y(j\omega)|}{|U(j\omega)|} \quad \text{decibeis} \quad (10.8)$$

Por definição o “bel” é uma unidade adimensional e a sua utilização conforme (10.8), embora bastante usual, não é estritamente correta pois  $|G(j\omega)|$  pode ser expressa unidades físicas.

### Escala Logarítmica de Frequência

Em diagramas de Bode o eixo das abcissas, que representa a frequência em radianos por segundo, é apresentado em escala logarítmica. Duas unidades logarítmicas que estabelecem a razão entre frequências são comumente utilizadas: a *oitava* é definida como sendo a razão de frequência de 2:1, e a *década* como a razão de frequência de 10:1. Dadas duas frequências  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , a razão destas frequências  $W = \omega_1 / \omega_2$  pode ser expressa logaritmicamente em unidades de oitavas



$$W = \log_2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \text{ oitavas} \quad (10.9)$$

ou em unidades de décadas, i.e.,

$$W = \log_{10} \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right) \text{ décadas} \quad (10.10)$$

Os termos *acima* e *abaixo* são muito empregados para expressar valores positivos e negativos de  $W$  respectivamente. Por exemplo, a frequência de 100 rad/s é dita estar duas oitavas (um fator de  $2^2$ ) acima da frequência de 25 rad/s, enquanto esta mesma a frequência de 100 rad/s pode ser dita também estar 3 décadas (um fator de  $10^{-3}$ ) abaixo da frequência de 100.000 rad/s.

### Análise dos Termos das Funções de Transferência

Consideremos aqui, uma função de transferência genérica  $G(s)$ , apresentada a seguir:

$$G(s) = K \frac{s^m + a_1 s^{m-1} + \dots + a_{m-1} s + a_m}{s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m} \quad n \geq m \quad (10.11)$$

Para construção do diagrama de Bode, é mais conveniente rescrever (10.11) na forma fatorada e, adicionalmente, substituir  $s$  por  $j\omega$ , ou seja

$$G(j\omega) = K_o \frac{(j\omega\tau_{11} + 1)(j\omega\tau_{12} + 1) \dots (j\omega\tau_{1m} + 1)}{(j\omega\tau_{21} + 1)(j\omega\tau_{22} + 1) \dots (j\omega\tau_{2n} + 1)} \quad (10.12)$$

Observa-se que em (10.12), no caso de não existirem pólos ou zeros na origem,  $K_o$  representa diretamente o ganho DC da função de transferência. Uma vez que a metodologia estabelecida para o traçado do diagrama de Bode baseia-se na respostas em frequência de cada um dos termos que compõe (10.12), interessa-nos analisar o comportamento em frequência das três classes de termos dadas a seguir:

1.  $K_o (j\omega)^\gamma$  (10.13)

2.  $(j\omega\tau + 1)^{\pm 1}$  (10.14)

3.  $\left[ \left( \frac{j\omega}{\omega_r} \right)^2 + 2\xi \frac{j\omega}{\omega_r} + 1 \right]^{\pm 1}$  (10.15)

A primeira classe, descrita por (10.13), generaliza a existência de múltiplos zeros ou pólos na origem. De acordo com a equação (10.7) pode-se escrever a seguinte relação para esta classe:

$$20 \log_{10} |K_o (j\omega)^\gamma| = 20 \log_{10} K_o + 20\gamma \log_{10} |j\omega| \quad (10.16)$$

É fácil observar a partir de (10.16), que a curva de magnitude para a primeira classe de termos considerada é uma reta com declividade de  $20\gamma$  dB/década cujo valor na frequência de 1.0 rad/s depende somente do valor da constante  $K_o$ . A Figura 10.1 mostra três diferentes casos em que  $\gamma = -1, 1, 2$  considerando para todos eles  $K_o = 1.0$ .

O gráfico de fase para esta primeira classe de termos é tal que  $\phi = \gamma \times 90^\circ$  isto é, independente da frequência tem-se no gráfico de fase um linha paralela ao eixo das abcissas em  $-90^\circ$  para  $\gamma = -1$ ,  $-180^\circ$  para  $\gamma = -2$ ,  $90^\circ$  para  $\gamma = 1$  e assim por diante.

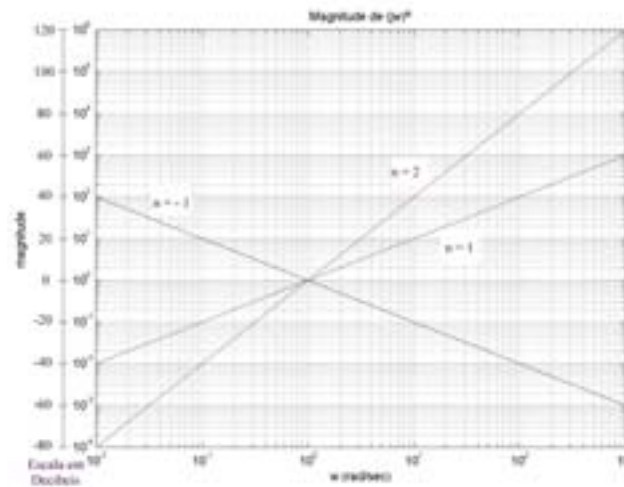


Fig. 10.1: Curvas de magnitude para a classe de termos descritas por (10.13).

Para segunda classe de termos apresentada em (10.14), considera-se o comportamento assintótico em frequências muito baixas e muito elevadas, ou seja os dois casos apresentados a seguir:

a)  $\omega\tau \ll 1, j\omega\tau + 1 \cong 1$   
 (10.17)

b)  $\omega\tau \gg 1, j\omega\tau + 1 \cong j\omega\tau$   
 (10.18)

Definindo-se  $\omega = 1/\tau$  como o **ponto de quebra**, observa-se que abaixo deste ponto a curva de magnitude é aproximadamente constante ( $=1$ ), enquanto acima deste ponto a curva de magnitude comporta-se como aquelas descritas para a primeira classe de sistemas  $K_o(j\omega)^y$ . O exemplo apresentado na figura (10.2),  $G(s) = 10s + 1$  ilustra como as duas assintotas cruzam o ponto de quebra.

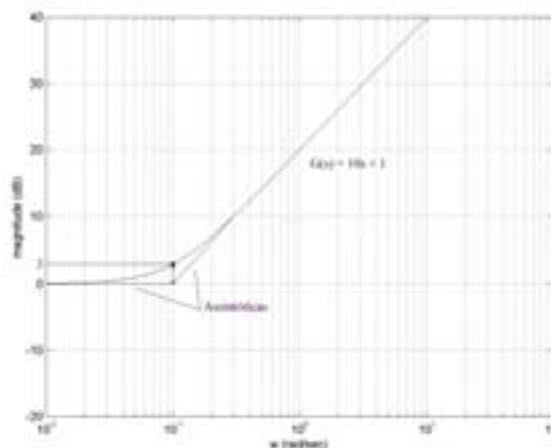


Fig. 10.2: Curvas de magnitude assintótica e real considerando  $G(s) = 10s + 1$ .

A curva de fase também é facilmente determinada utilizando a mesma idéia de análise de comportamento de termo em questão em baixas e altas frequências. Para o traçado da curva assintótica de fase considera-se os três casos apresentados a seguir:

a)  $\omega\tau \ll 1, \text{arc tan } 1 = 0^\circ$ ;  
 (10.19)

b)  $\omega\tau \gg 1, \text{arc tan } \omega\tau = 90^\circ$ ;  
 (10.20)



c)  $\omega\tau = 1, \text{arc tan}(\omega\tau + 1) = 45^\circ$ .  
 (10.21)

A Figura 10.3 mostra a curva assintótica e real do comportamento da fase  $G(s) = 10s + 1$  em função da frequência. Observe que no traçado assintótico da curva de fase em  $\omega\tau \cong 1$  é tangente a curva real.

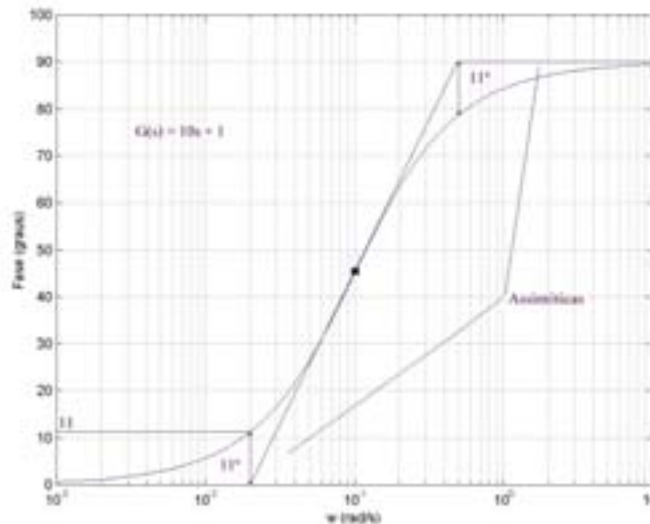


Fig. 10.3: Curva de fase assintótica e real em função da frequência, considerando  $G(s) = 10s + 1$ .



- i. Mostrar que para classe de termos (10.14), no ponto de interseção das assíntotas de baixa e alta frequências, as assíntotas diferem da curva real de magnitude em 3.0 dB, para o caso de zeros de (10.12), e em -3.0 dB para o caso de pólos.
- ii. Mostrar para classe de termos (10.14), que a curva assintótica tem fase de  $45^\circ$  para  $\omega\tau = 1$ , e que as curvas real e assintótica diferem de  $+11^\circ$  e  $-11^\circ$  para  $\omega\tau = 0.2$  e  $\omega\tau = 5$  respectivamente.
- iii. Verificar que para esta classe de termos, frequências uma década abaixo do ponto de quebra praticamente não exercem influência nas curvas de magnitude e fase.

A terceira classe de termos representa as parcelas da função de transferência compostas por raízes complexas. Para análise destes termos, algumas informações serão obtidas da família de curvas apresentadas na Figura 10.4, obtidas a partir da seguinte função de transferência de segunda ordem:

$$G(s) = \frac{\omega_r^2}{s^2 + 2\xi\omega_r s + \omega_r^2} \quad (10.22)$$

que pode ser convenientemente rescrita na forma

$$G(s) = \frac{1}{(s/\omega_r)^2 + 2\xi(s/\omega_r) + 1} \quad (10.23)$$

O procedimento empregado para a análise desta classe de termos é muito similar aquele utilizado para análise da classe anterior. Neste caso o ponto de quebra será em  $\omega = \omega_r$ . O gráfico assintótico de magnitude mudará de inclinação por um fator de 2, no caso de (10.23) por se tratar de termos de segunda ordem no denominador da função de transferência a inclinação da curva será alterada em  $-40$  dB/década. O gráfico assintótico de fase, ainda para o caso de (10.23), será alterado em  $-180^\circ$ . Ocorre no entanto que a curva real difere mais ou menos da assintótica em função do coeficiente de amortecimento  $\xi$ .

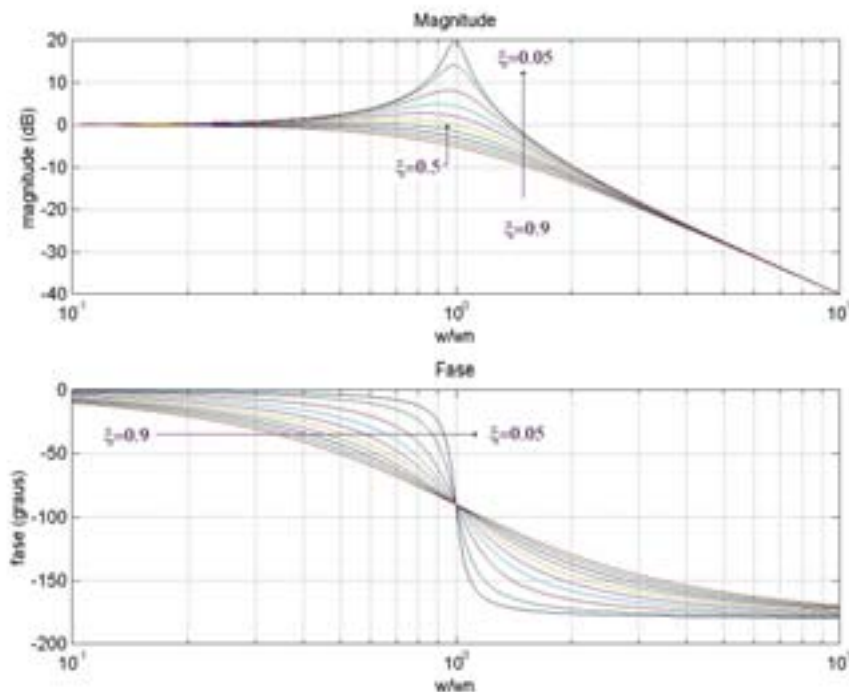


Fig. 10.4: Família de curvas de magnitude e fase de (10.23) variando o coeficiente de amortecimento



- i. Verifique que em (10.23), na frequência  $\omega = \omega_r$ ,  $|G(j\omega)| = \frac{1}{2\xi}$ .
- ii. Determinar a faixa de valores de coeficiente de amortecimento em que um sinal de entrada do tipo  $u(t) = A_1 \text{sen } \omega_r t$ , aplicado a (10.23), resultará em um sinal de saída em regime permanente do tipo  $y(t) = A_2 \text{sen}(\omega_r t + \phi)$  com  $A_2 / A_1 \geq 1$ .
- iii. Com base na Figura (10.4), obtenha as curvas de magnitude e fase admitindo apenas o efeito do termo de segunda ordem no numerador da função de transferência, isto é  $G(s) = (s / \omega_r)^2 + 2\xi(s / \omega_r) + 1$ . Para este caso, explique o procedimento para obtenção do traçado das curvas assintóticas de magnitude e fase.

### Composição do Diagrama de Bode

Quando se trata de uma função de transferência com vários pólos e zeros, como aquela generalizada em (10.12), o traçado das curvas de magnitude e de fase que compõe o diagrama de Bode é realizado pela combinação das curvas de magnitude e fase de cada um dos termos que a compõe. Desta forma, a declividade das assíntotas da curva de magnitude da função de transferência é dada pela somatória das declividades das assíntotas para cada um dos termos individuais. Portanto na composição da curva assintótica de magnitude as declividades mudam nas frequências em que existem pontos de quebra: +20 dB/década se o ponto de quebra for relativo a um termo de primeira ordem do numerador, -20 dB/década se for relativo a um termo de primeira ordem no denominador e,  $\pm 40$  dB/década se o ponto de quebra for associado a um termo de segunda ordem no numerador ou no denominador respectivamente. Para baixas frequências, as assíntotas são determinadas pelo valor de  $\gamma$  dos termos  $K_o \omega^\gamma$  determinando-se  $K_o$  na frequência  $\omega=1.0$  rad/s. Desta forma, o traçado completo da curva de magnitude do diagrama de Bode é realizado começando-se pelo traçado das assíntotas em baixas frequências, alterando-se as declividades sequencialmente a cada ponto de quebra de forma a cobrir toda a faixa de frequências de interesse.



A composição do diagrama de Bode de fase é feita adicionando-se as curvas individuais de fase. Uma forma rápida bastante utilizada para o traçado da curva assintótica de fase consiste em cada um dos termos de primeira ordem no numerador adicionar-se  $+90^\circ$  na frequência em que existem ponto de quebra e, da mesma forma, adicionar-se  $-90^\circ$  se o termos de primeira ordem estiverem no denominador. Se o ponto de quebra relacionar-se com fatores de segunda ordem, descrito anteriormente como sendo a terceira classe de termos, os incrementos de fase serão de  $\pm 180^\circ$  se o ponto de quebra for associado a um termo de segunda ordem no numerador ou no denominador respectivamente.

Uma vez obtidas as curvas assintóticas de magnitude e fase, refina-se o traçado das mesmas empregando as regras de transição apresentadas anteriormente.

Traçar o diagrama de Bode de módulo e fase das seguintes funções de transferência:



1.  $G(s) = \frac{2000(s+0.5)}{[s(s+10)(s+50)]}$

Caso de zeros e pólos reais

2.  $G(s) = \frac{10}{s(s^2 + 0.4s + 4)}$

Caso de pólos reais e complexos

3.  $G(s) = \frac{0.01(s^2 + 0.01s + 1)}{s^2[(s^2/4) + 0.02(s/2) + 1]}$

Caso de zeros e pólos reais e complexos

### Construção de Diagramas de Bode

O procedimento empregado para construção do diagrama de bode pode ser resumido em oito passos descritos a seguir.

*Passo 1:* Considera-se a seguinte função de transferência a qual deseja-se obter o Diagrama de Bode:

$$G(s) = K \frac{s^m + a_1 s^{m-1} + \dots + a_{m-1} s + a_m}{s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m} \quad n \geq m \quad (10.24)$$

A função de transferência (10.24) deve ser manipulada de forma a aparecer as três classes de termos possíveis encontrados na composição de (10.24), i.e.

$$G(j\omega) = K_o (j\omega)^\gamma \frac{\prod_{i=1}^{z_R} (j\omega\tau_i + 1) \prod_{i=1}^{z_c/2} \left( \frac{j\omega}{\omega_i} \right)^2 + 2\xi_i \left( \frac{j\omega}{\omega_i} \right) + 1}{\prod_{k=1}^{p_R} (j\omega\tau_k + 1) \prod_{k=1}^{p_c/2} \left( \frac{j\omega}{\omega_k} \right)^2 + 2\xi_k \left( \frac{j\omega}{\omega_k} \right) + 1} \quad (10.25)$$

ou seja, " $\gamma$ " zeros ou pólos na origem que representam a primeira classe termos previamente apresentadas, " $z_R$ " zeros ou " $p_R$ " pólos reais representando a segunda classe de termos e " $z_c/2$ " pares de zeros ou " $p_c/2$ " pares de pólos complexos conjugados que representam a terceira e última classe de termos.

*Passo 2:* Determinar o valor de  $\gamma$  para classe de termos  $K_o (j\omega)^\gamma$ . Traçar a assíntota de baixa frequência a partir do ponto  $K_o$  determinado na frequência  $\omega=1$  rad/s. A assíntota terá declividade de  $20\gamma$  dB/década.



*Passo 3:* Estender a assíntota de baixa frequência até o primeiro ponto de quebra. Neste ponto, alterar a declividade da curva assintótica de  $\pm 20$  dB/década ou  $\pm 40$  dB/década dependendo se o ponto de quebra está associado a um termo de primeira ou segunda ordem no numerador ou denominador da função de transferência. Este procedimento deve ser repetido em toda faixa de frequências até que seja alcançado o último ponto de quebra.

*Passo 4:* Com base na curva assintótica de magnitude incrementa-la nos pontos de quebra associados a termos de primeira de 3.0 dB se for um termo do numerador e  $-3$  dB se for do denominador. Se o ponto de quebra for associado a termos de segunda ordem, representar os vales ou picos empregando a relação  $|G(j\omega)| = 2\xi$  ou  $|G(j\omega)| = 1/2\xi$  no ponto de quebra.

*Passo 5:* Traçar a curva assintótica de fase para baixas frequências, isto é,  $\phi = \gamma \times 90^\circ$ .

*Passo 6:* Da mesma forma que na curva de magnitude, estender a assíntota de baixa frequência até o primeiro ponto de quebra, alterando a fase em  $\pm 90^\circ$  ou  $\pm 180^\circ$ . Se o ponto de quebra estiver relacionado a termos de primeira ordem no numerador a curva assintótica de fase será alterada em  $+90^\circ$  se estiver relacionado ao denominador a curva assintótica de fase será alterada em  $-90^\circ$ . Para termos de segunda ordem a alteração da curva assintótica de fase sofrerá uma alteração de  $\pm 180^\circ$ .

*Passo 7:* Traçar nas curvas assintóticas de fase individuais as transições para os termos de primeira e de segunda ordem.

*Passo 8:* Adicionar graficamente cada uma das curvas individuais, começando pela assíntota de baixa frequência e finalizando pela assíntota de alta frequência. Quanto mais distantes estiverem os pontos de quebra sucessivos mais próximas as curvas de magnitude e fase assintóticas serão das curvas reais.

A Tabela 10.1 mostra as curvas assintóticas de magnitude e fase associadas a cada uma das classes de termos básicos que compõe as funções de transferência.

Termo	Magnitude $20 \log  G(j\omega) $ em decibéis	Fase $G(j\omega)$ em graus
1. Ganho $G(j\omega)=K$		
2. Zero $G(j\omega)=(1+j\omega/\omega_1)$		





Termo	Magnitude $20 \log  G(j\omega) $ em decibéis	Fase $G(j\omega)$ em graus
3. Pólo $G(j\omega) = (1 + j\omega/\omega_1)^{-1}$		
4. Zero na origem $G(j\omega) = j\omega$		
5. Pólo na Origem $G(j\omega) = (1/j\omega)$		
6. Zeros Complexos $0.1 < \xi < 1, G(j\omega) = \left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right) + 1$		
7. Pólos Complexos $0.1 < \xi < 1, G(j\omega) = \left(\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{j\omega}{\omega_n}\right) + 1\right)^{-1}$		

Tab. 10.1- Curvas assintóticas dos termos básicos de uma função de transferência.



### Sistemas Lineares de Fase Não Mínima

A definição de sistemas lineares de fase não mínima está associada diretamente com o posicionamento dos pólos e zeros finitos da função de transferência do sistema em questão. Funções de transferência que apresentam todos os seus pólos e zeros localizados no semiplano esquerdo do plano  $s$  são denominadas funções de transferência de fase mínima. Em contrapartida, se na função de transferência em questão existir pelo menos um pólo ou zero no semiplano direito do plano  $s$ , o sistema será denominado de fase não mínima. De forma a justificar tal denominação, considera-se dois sistemas lineares de primeira ordem descritos pelas funções de transferência (10.26) e (10.27), apresentadas a seguir:

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s+10} \quad (10.26)$$

$$G_2(s) = \frac{s-1}{s+10} \quad (10.27)$$

A Figura 10.5 apresenta os diagramas de pólos e zeros das funções de transferência (10.26) e (10.27).

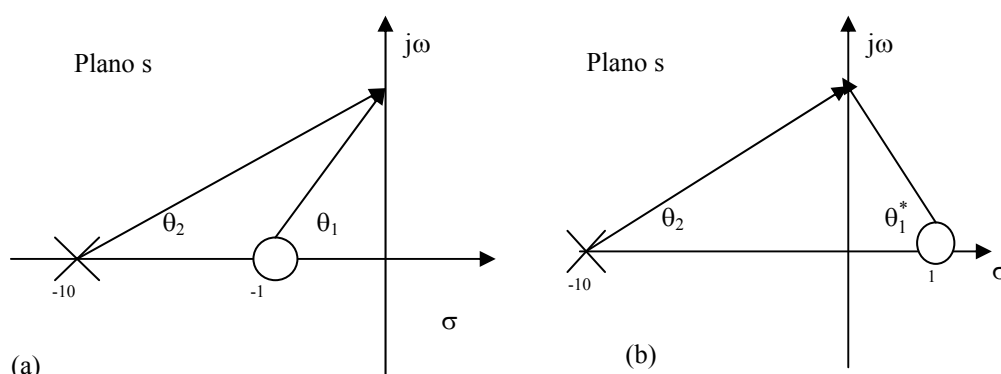


Fig. 10.5: (a) Diagrama de pólos e zeros da função de transferência (10.3).  
 (b) Diagrama de pólos e zeros da função de transferência (10.4).

Pela análise das Figuras 10.5 (a) e (b) pode-se constatar que  $|G_1(j\omega)| = |G_2(j\omega)|$  independente do valor da frequência  $\omega$ . Desta forma, os diagramas de Bode de magnitude destes dois sistemas serão idênticos. No entanto, o mesmo não ocorrerá com o diagrama de Bode de fase destes sistemas. Tal fato explica-se mediante a análise das equações de fase de cada um destes sistemas, ou seja:

$$\text{fase } G_1(j\omega) = \arctan \omega - \arctan \left( \frac{\omega}{10} \right) \quad (10.28)$$

$$\text{fase } G_2(j\omega) = 180^\circ - \arctan \omega - \arctan \left( \frac{\omega}{10} \right) \quad (10.29)$$

Na equação (10.28), para valores de frequência muito pequenos, a fase de  $G_1(j\omega)$  é aproximadamente zero, ocorrendo o mesmo para valores muito elevados de frequência. Para a função de transferência (10.27) a fase  $G_2(j\omega)$  para valores de frequência pequenos é praticamente  $180^\circ$ . O diagrama de Bode de magnitude e fase de cada um destes sistemas é apresentado nas Figuras 10.6 e 10.7.

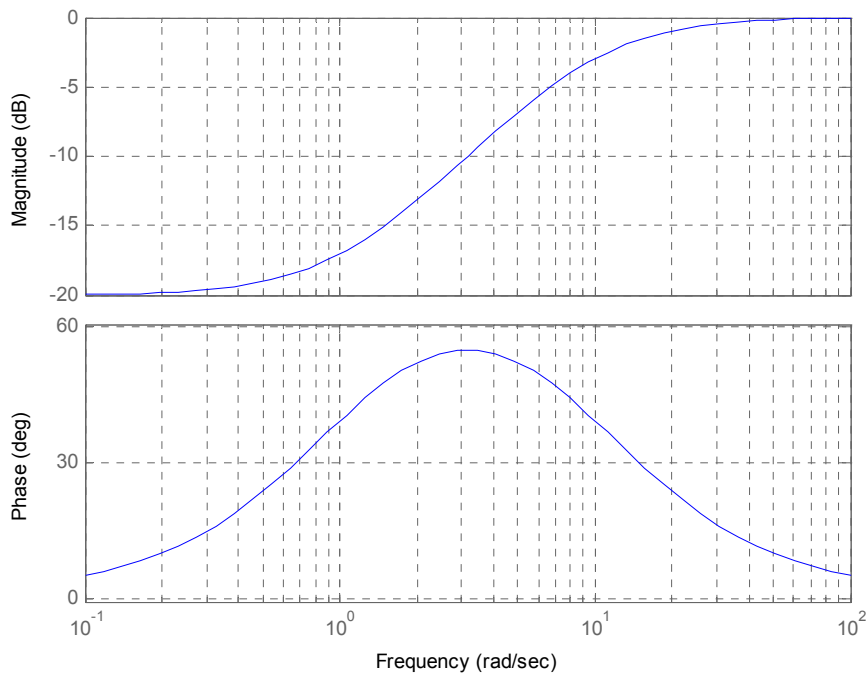


Fig. 10.6: Diagrama de Bode do sistema descrito pela função de transferência (10.26).

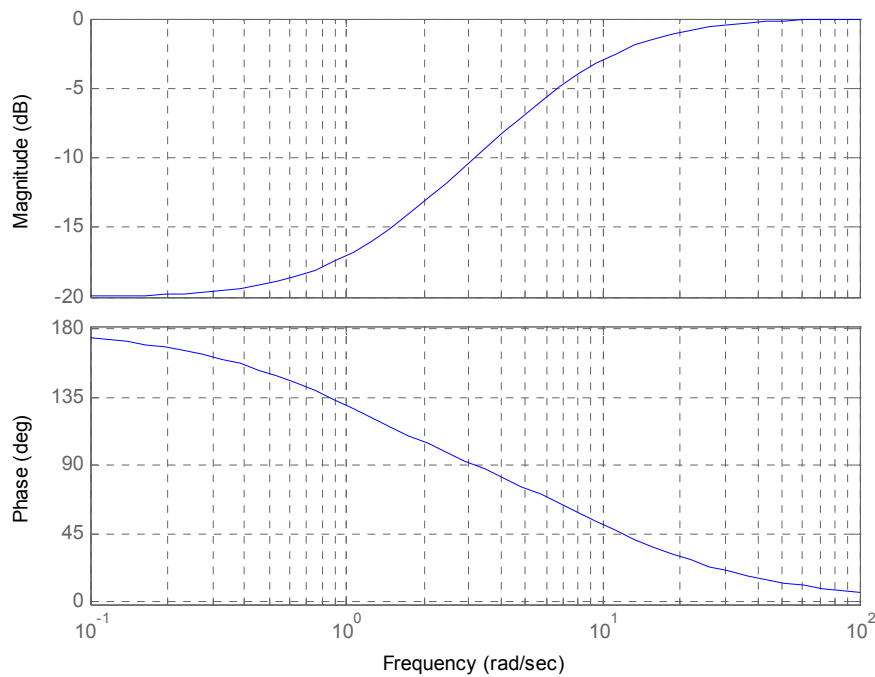


Fig. 10.7: Diagrama de Bode do sistema descrito pela função de transferência (10.27).



1. Identificar e analisar as diferenças existentes nas respostas temporais dos sistemas representados pela funções de transferência dadas por (10.26) e por (10.27), quando o sinal de entrada é do tipo degrau.
2. Quais são as características existentes em sistemas de fase não mínima na resposta em frequência e na resposta temporal?
3. Por que os sistemas de fase não mínima com pólos no semi-plano direito apresentam respostas temporais instáveis?

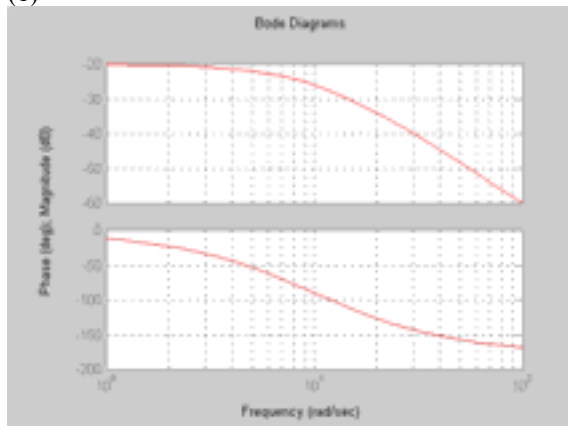


### Problemas Propostos

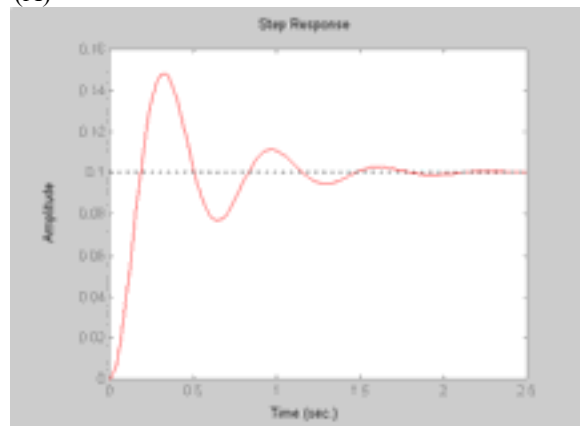


4. Relacionar as respostas temporais de cinco diferentes processos excitados com um sinal de entrada do tipo degrau de amplitude unitária, com suas respectivas respostas em frequência representadas pelos seus diagramas de Bode.

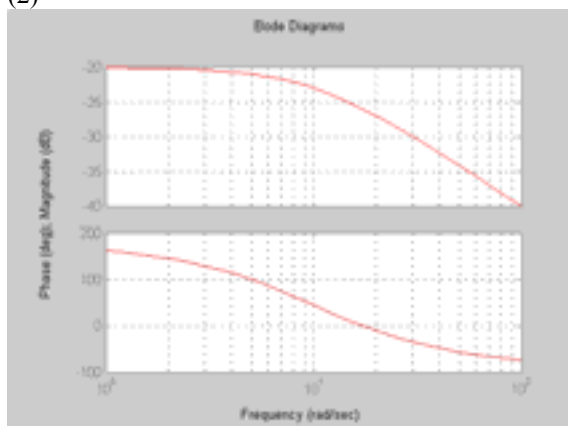
(1)



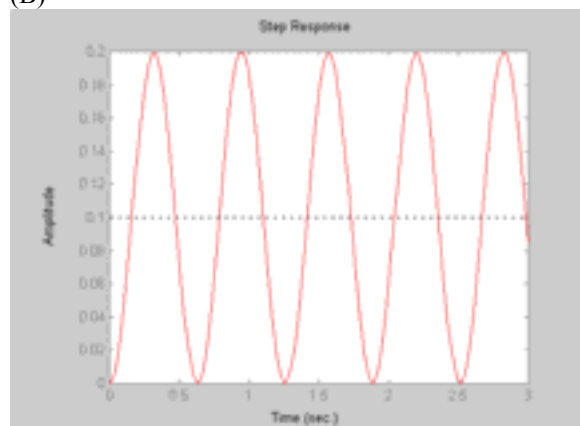
(A)



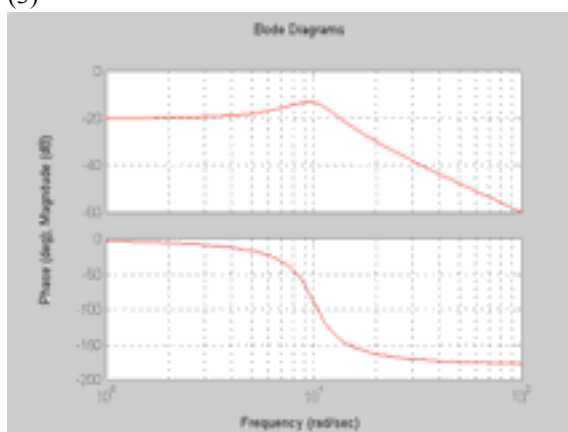
(2)



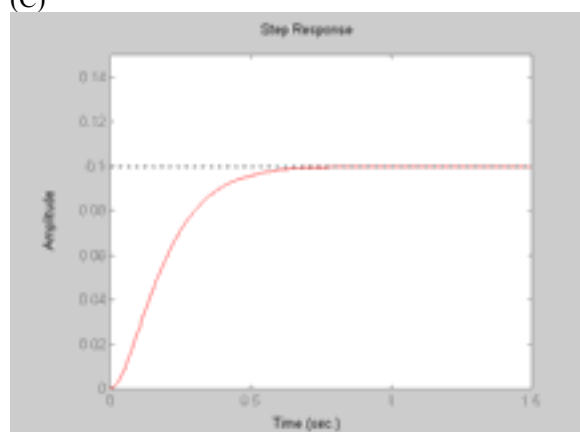
(B)

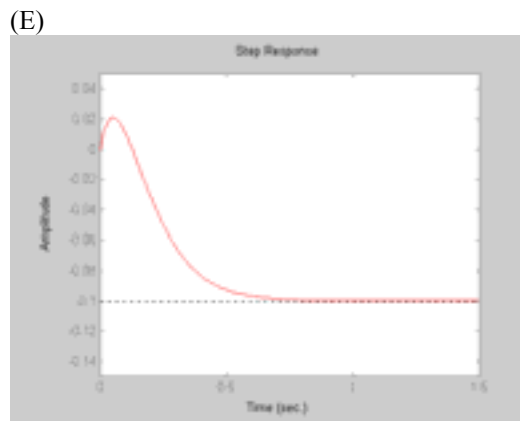
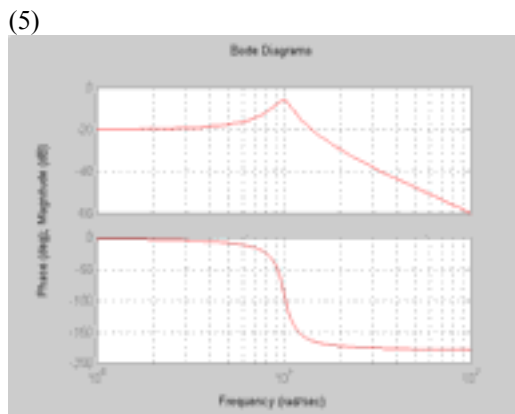
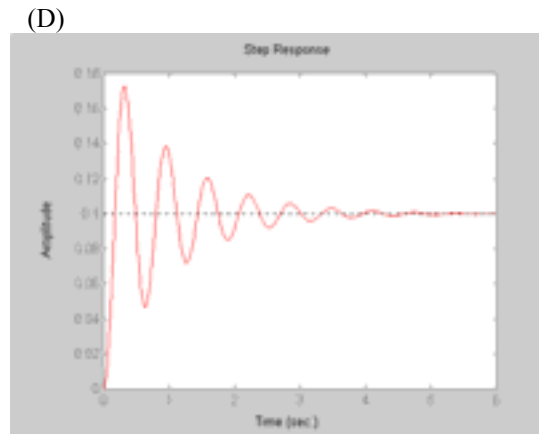
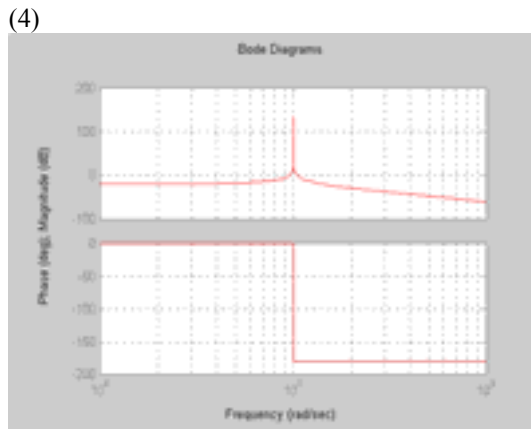


(3)



(C)





5. Considerando o diagrama de Bode apresentado na Figura 10.8 determinar:

- i. A função de transferência do processo:
- ii. O sinal de saída do processo considerando como sinal entrada  $r(t) = 10 \text{ sen } 40t$ ;
- iii. O sinal de saída do processo considerando como sinal entrada  $r(t) = 10 \text{ sen } 20000t$ ;

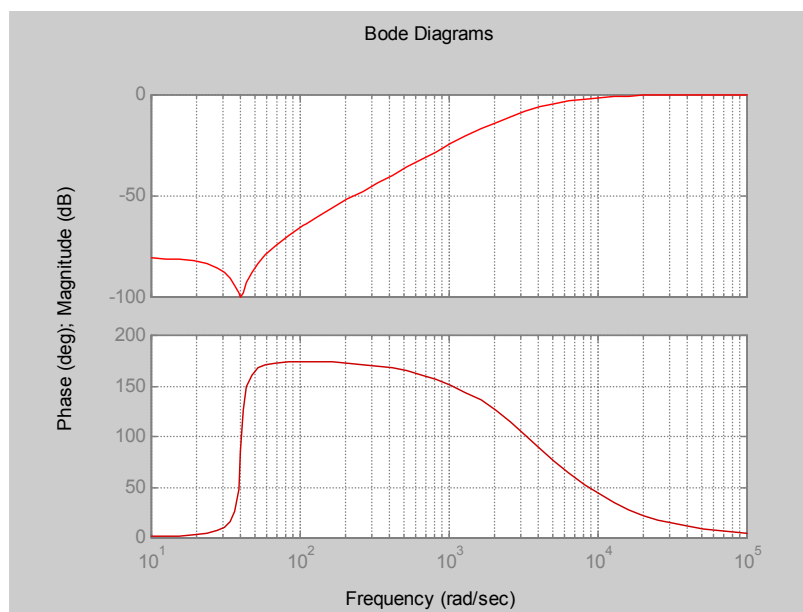


Fig. 10.8: Diagrama de Bode do processo a ser identificado.



3. Baseado no diagrama de Bode apresentado na Figura 10.9, identifique a função de transferência do sistema. Determinada a função de transferência do sistema determine os erros em regime permanente quando o mesmo é sujeito a um sinal de entrada do tipo degrau unitário e rampa unitária.

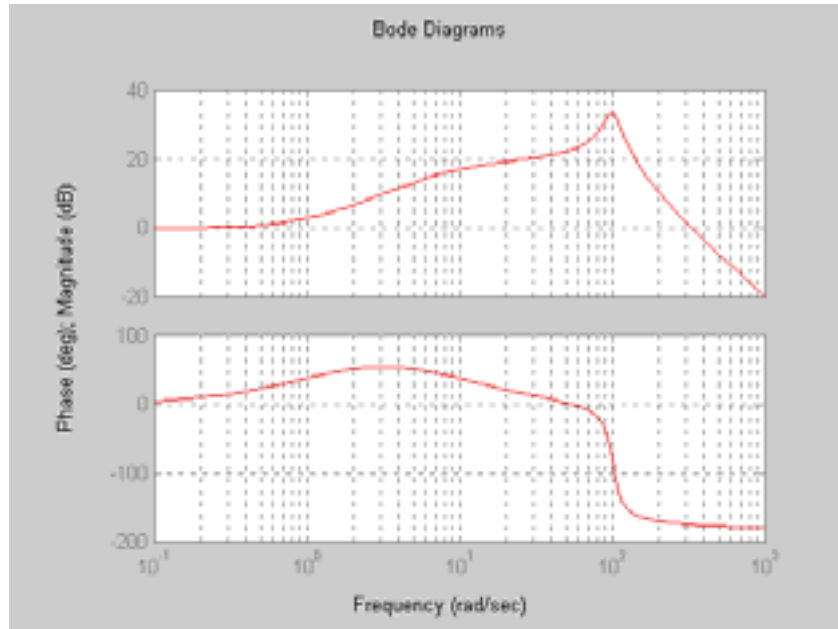


Fig. 10.9: Diagrama de Bode do processo a ser identificado.



4. O diagrama de Bode apresentado na Figura 10.10 é de um sistema de 2º ordem. A função de transferência deste sistema é definido pela equação abaixo.

$$G(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Determinar: O valor da frequência natural  $\omega_n$ , o fator de amortecimento  $\xi$  e o ganho K. O que acontece com este sistema se for imposto que  $\xi = 0$ .

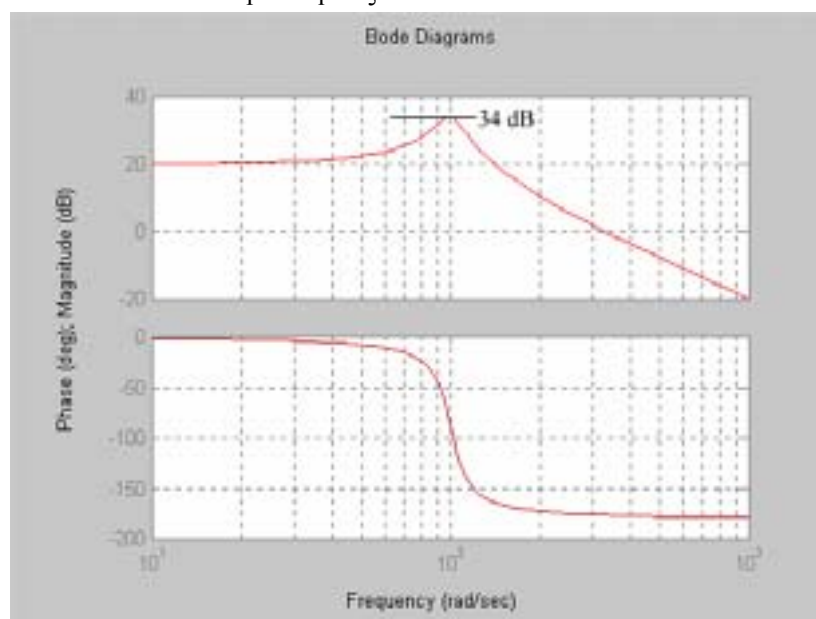


Fig. 10.10: Diagrama de Bode do processo a ser identificado.